PENDETEKSIAN *OUTLIER* PADA *CAPITAL ASSET PRICING MODEL* (CAPM) MENGGUNAKAN *LEAST TRIMMED SQUARES* (LTS)

Elis Ratna Wulan[1], Enung Nurhayati[2]

[1,2]Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sunan Gunung Djati, Bandung, Indonesia.

[1]Email: elisrwulan@yahoo.com

[2]Email: enungnurhayati91@gmail.com

Abstract.

An outlier in the Capital Asset Pricing Model (CAPM) is detected using Least Trimmed Squares (LTS), in order to obtain a robust estimation against outliers without discarding existing data, so it can be considered by investors to make informed decisions in determining the allocation of capital and investment in a company. To detect outlier on the Capital Asset Pricing Model (CAPM) using the Least Trimmed Squares (LTS), Capital Asset Pricing Model (CAPM) to be transformed into a simple linear regression equation.

Keywords: Outliers, Asset Pricing Model (CAPM), the Least Trimmed Squares (LTS), a simple linear regression.

1. PENDAHULUAN

Hampir semua analisis empiris pada CAPM menggunakan cara klasik, biasanya risiko sistematis di estimasi dengan metode kuadrat terkecil. Penggunaan metode kuadrat terkecil memelurkan beberapa asumsi klasik yang harus dipenuhi oleh komponen residu atau sisaan dalam model yang dihasilkan. Beberapa asumsi itu antara lain bahwa sisaan harus memenuhi asumsi kenormalan, kehomogenan ragam dan tidak terjadi autokorelasi. Apabila asumsi itu terpenuhi, maka penduga parameter yang diperoleh besifat *best linier unbiased estimator* (BLUE).**[5]**

Dalam berbagai kasus tidak jarang ditemui hal-hal yang menyebabkan tidak terpenuhinya asumsi-asumsi tersebut. Salah satu penyebabnya adalah adanya *outlier* (pencilan). Saat ada asumsi yang tidak terpenuhi, maka akan memberikan kesimpulan yang kurang baik terhadap hasil analisis CAPM. Seperti terjadinya risiko sistematis yang seharusnya signifikan menjadi tidak signifikan, karena metode kuadrat terkecil sangat sensitif dengan adanya *outlier*. maka dalam penelitian ini digunakan salah satu metode regresi yang robust terhadap kehadiran *outlier* yaitu *Least Trimmed Squares* (LTS) . *Least Trimmed Squares* (LTS) memiliki kelebihan yang lebih baik

ISSN 1979-8911

dibandingkan dengan metode-metode lainnya karena mampu mengatasi *outlier* (pencilan) yang disebabkan baik oleh variabel bebasnya maupun variabel terikatnya.**[6]**

2. LANDASAN TEORI

2.1 *Capital Asset Pricing Model* (CAPM)

Capital Asset Pricing Model (CAPM) merupakan model untuk menentukan harga suatu *asset*. Model ini didasarkan pada kondisi ekuilibrium tingkat keuangan yang disyaratkan oleh pemodal untuk suatu saham akan dipengaruhi oleh risiko sistematis yang diukur dengan beta, karena risiko tidak sistematis dapat dihilangkan dengan diverifikasi**[3]**.

2.2 *Outlier* (Pencilan)

Outlier (Pencilan) merupakan nilai ekstrim dari suatu pengamatan. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mengidentifikasi pencilan adalah dengan melihat nilai mutlak residu (sisaan) antara peubah tak bebas dengan dugaannya, apabila nilai mutlak residu tersebut lebih dari dua maka disebut pencilan.**[1]**

2.3 *Least Trimmed Squares* (LTS)

Metode *Least Trimmed Squares* (LTS) merupakan metode yang *robust* terhadap *outlier*. Metode ini akan memangkas (memberi bobot nol) pada residu (sisaan) yang terbesar pada saat meminimumkan jumlah kuadrat residu. Metode ini menduga koefisien regresi dengan meminimumkan jumlah h kuadrat residu (fungsi objektif).**[7]**

$$min \sum_{i=1}^{h} r_i^2 \tag{1}$$

Dengan $h = \left[\frac{n}{2}\right] + \left[\frac{p+1}{2}\right]$

Keterangan:

r_i^2 : kuadrat residu yang di urutkan dari yang terkecil sampai yang terbesar $(r_{(1)}^2 \leq r_{(2)}^2 \leq r_{(3)}^2 \leq \cdots \leq r_i^2 \leq \cdots \leq r_h^2 \leq \cdots \leq r_{(n)}^2)$

n : banyaknya pengamatan

p : banyaknya parameter regresi

h : fungsi objektif

Jumlah h menunjukkan sejumlah subset data dengan kuadrat fungsi objektif terkecil. Nilai h pada persamaan (1) akan membangun *breakdown point* yang besar sebanding dengan 50%.

Langkah-langkah pendeteksian *outlier* dengan metode *Least Trimmed Squares* (LTS) pada Regresi Robust meliputi beberapa tahap,yaitu:**[4]**

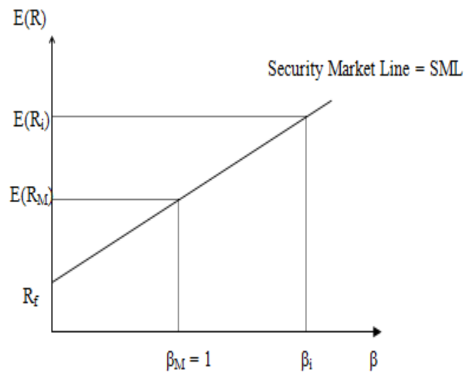
ISSN 1979-8911

1. Menghitung estimasi parameter b_0 dari persamaan $\hat{y} = a + bX$
2. Menentukan n residual $r_i^2 = (\hat{y}_i - X_i b_o)^2$ yang bersesuaian dengan (b_0) kemudian menghitung sejumlah $h_0 = (n + p + 1)/2$ pengamatan dengan nilai $e_{(i)}^2$ terkecil
3. Menghitung $\sum_{i=1}^{h_0} r_{(i)}^2$, dimana r_i^2 diurutkan dari terkecil ke terbesar
4. Melakukan estimasi parameter b_{new} dari h_0 pengamatan.
5. Menentukan n kuadrat residual $r_i^2 = (\hat{y}_i - X_i b_{new})^2$ yang bersesuaian dengan (b_{new}) kemudian menghitung sejumlah h_{new} pengamatan dengan nilai $e_{(i)}^2$ terkecil
6. Menghitung $\sum_{i=1}^{h_{new}} r_{(i)}^2$, dimana r_i^2 diurutkan dari terkecil ke terbesar
7. Melakukan C-steps yaitu tahap 4 sampai 6 untuk mendapatkan fungsi objektif $(h = \left[\frac{n}{2}\right] + [\frac{p+1}{2}])$ yang kecil dan konvergen.

3. PEMBAHASAN

3.1 Mencari persamaaan capital asset pricing model.

Untuk mencari persamaan capital asset pricing model (CAPM), dapat menggunakan garis pasar sekuritas, yaitu:



Gambar 1: *Security Market Line* (SML)

Persamaan garis lurus pada gambar 2.1 adalah:

$$Y = a + bX$$

dimana: $Y = E(R_i)$ dan $X = \beta_i$

Maka persamaan garis lurus di atas menjadi:

$$E(R_i) = a + b.\beta_i \qquad (2)$$

Persamaan garis lurus tersebut dapat di bentuk dari dua titik, yaitu:

1) Titik pertama adalah titik $\beta_i = 0$ dengan $E(R_i) = R_f$

Substitusikan nilai $\beta_i = 0$ dan $E(R_i) = R_f$ ke dalam persamaan (2)

$E(R_i) = a + b.\beta_i$

$R_f = a + b.(0)$

$R_f = a$

$a = R_f$

(3)

2) Titik kedua adalah titik M, yaitu $\beta_i = 1$ dan $E(R_i) = R_M$

Substitusikan nilai $\beta_i = 1$ dan $E(R_i) = R_M$ ke dalam persamaan (2)

$E(R_i) = a + b.\beta_i$

$E(R_M) = a + b.(1)$

$E(R_M) = a + b$

$b = E(R_M) - a$

(4)

Substitusikan nilai a dan b pada persamaan (3) dan (4) ke dalam persamaan (2).

$E(R_i) = a + b.\beta_i$

$E(R_i) = R_f + (E(R_M) - a).\beta_i$

$E(R_i) = R_f + \left(E(R_M) - R_f\right).\beta_i$

$E(R_i) = R_f + \beta_i\left(E(R_M) - R_f\right)$

(5)

3.2 Mengubah Model CAPM untuk *Return Ekspektasian* Kedalam Bentuk Model Historis.

Model CAPM pada persamaan (5) merupakan model untuk *return ekspektasian*, model ini harus di ubah ke dalam bentuk model historis, karena ekspektasi adalah nilai yang belum terjadi sehingga belum dapat di observasi, sedangkan nilai yang sudah terjadi adalah historis. Oleh karena itu model CAPM dirubah menjadi model historis sebagai berikut**[2]:**

$R_{i,t} = R_{f,t} + \beta_i\left(R_{M,t} - R_{f,t}\right) + e_{i,t}$

(6)

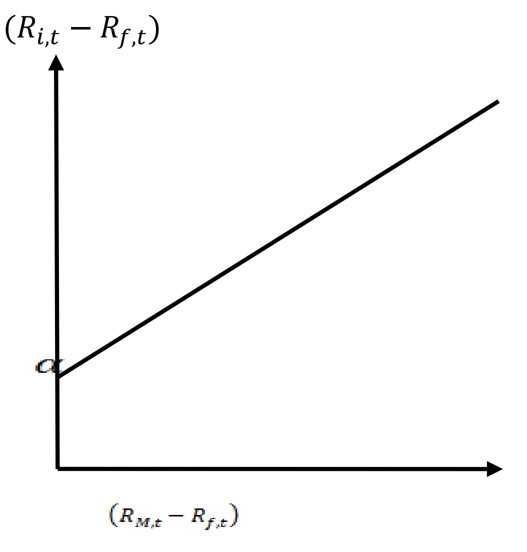
3.3 Mentransformasikan Model CAPM kedalam Bentuk Regresi Linier.

Untuk mengaplikasikan model CAPM pada persamaan (6) maka $R_{f,t}$ perlu dipindahkan dari sebelah kanan ke sebelah kiri persamaan sehingga di dapat:

$R_{i,t} - R_{f,t} = \beta_i\left(R_{M,t} - R_{f,t}\right) + e_{i,t}$

(7)

Kemudian beta diestimasi dengan meregresikan $(R_{i,t} - R_{f,t})$ dan $(R_{M,t} - R_{f,t})$. Regresi tersebut akan menghasilkan α_i yang merupakan ukuran return sekuritas-i yang tidak terkait dengan pasar**[8]**.seperti yang terlihat pada gambar 2:



ISSN 1979-8911

Gambar 2: Estimasi Beta

Dengan demikian persamaan regresi menjadi:

$$R_{i,t} - R_{f,t} = \alpha_i + \beta_i.\left(R_{M,t} - R_{f,t}\right) + e_{i,t} \quad (8)$$

Variabel dependen persamaan regresi di atas adalah sebesar $(R_{i,t} - R_{f,t})$ dengan variabel independennya adalah $\left(R_{M,t} - R_{f,t}\right)$, sehingga persamaan (8) dapat ditulis kembali sebagai berikut:

$$y_{i,t} = \alpha_i + \beta_i.x_t + e_{i,t} \quad (9)$$

Karena model *capital asset pricing model* (CAPM) pada persamaan (9) sudah berbentuk persamaan regresi linier sederhana, maka *outlier* pada *capital asset pricing model* (CAPM) dapat di deteksi menggunakan *least trimmed square* (LTS).

4. Contoh Kasus

Return-return sekuritas I (R_i), return-return pasar (R_M) dan return-return bebas resikonya (R_f) dalam persen selama sepuluh minggu tampak pada tabel berikut:

Tabel 1: nilai return-return saham

	$(\boldsymbol{R_i})$	$(\boldsymbol{R_M})$	$(\boldsymbol{R_f})$
	7,5	4,0	2,0
	8,0	4,5	2,0
	9,0	4,5	2,1
	10,0	5,5	2,05
	10,5	6,0	2,0
	11,5	7,0	2,2
	11,0	6,0	2,5
	12,0	6,5	4,0
	12,0	7,5	5,0
	14,0	8,0	5,5

Untuk mendeteksi outlier menggunakan *Least Trimmed Squares* (LTS), di lakukan dengan beberapa iterasi.

Iterasi satu.

a. Menghitung estimasi parameter b_0 dan $a_0$dari persamaan $\hat{y} = a + bX$

Pada penyelesaian dengan menggunakan metode Internal *Studenization* di dapatkan persamaan regresi sebagai berikut:

$$\hat{y} = 4{,}712 + 0{,}996X$$

dengan $\mathrm{b}_0 = 0{,}996$

b. Menentukan n residual $r^2 = (\hat{y} - Xb_o)^2$ yang bersesuaian dengan (b_0)

kemudian menghitung sejumlah $h_0 = (n+p+1)/2$ pengamatan dengan nilai e^2 terkecil.

a) Menghitung nilai r_i^2 sebagai berikut:

Tabel 2 Nilai r^2

No	X	$\widehat{Y}$	$\mathrm{X.b_0}$	$r = \widehat{Y} - \mathrm{X.b_0}$	r^2
1	2	6,704	1,992	4,712	22,20294
2	2,5	7,202	2,49	4,712	22,20294
3	2,4	7,1024	2,3904	4,712	22,20294
4	3,45	8,1482	3,4362	4,712	22,20294
5	4	8,696	3,984	4,712	22,20294
6	4,8	9,4928	4,7808	4,712	22,20294
7	3,5	8,198	3,486	4,712	22,20294
8	2,5	7,202	2,49	4,712	22,20294
9	2,5	7,202	2,49	4,712	22,20294
10	2,5	7,202	2,49	4,712	22,20294

b) Menentukan coverage (h)

$$h = \left[\frac{n}{2}\right] + \left[\frac{p+1}{2}\right]$$

$$h = \left[\frac{10}{2}\right] + \left[\frac{2+1}{2}\right]$$

$$h = 6{,}5 \sim 7$$

c) Mengurutkan nilai kuadrat residu dari yang terkecil sampai ke yang terbesar

$$r_{(1)}^2 \leq r_{(2)}^2 \leq r_{(3)}^2 \leq \cdots \leq r_i^2 \leq \cdots \leq r_h^2 \leq \cdots \leq r_{(n)}^2$$

Dari tabel 2 dapat diurutkan nilai kuadrat residu dari yang terkecil sampai yang terbesar sebagai berikut:

$$22{,}20294 \leq 22{,}20294 \leq 22{,}20294 \leq 22{,}20294 \leq 22{,}20294 \leq 22{,}20294 \leq 22{,}20294 \leq 22{,}20294 \leq 22{,}20294 \leq 22{,}20294$$

Karena h =7, maka nilai kuadrat residu yang digunakan dari urutan yang terkecil sampai yang terbesar ke-7,yakni:

$$22{,}20294 \leq 22{,}20294 \leq 22{,}20294 \leq 22{,}20294 \leq 22{,}20294 \leq 22{,}20294 \leq 22{,}20294$$

ISSN 1979-8911

c. Menghitung $\sum_{i=1}^{h_0} r_{(i)}^2$

$\sum_{i=1}^{h_0} r_{(i)}^2 = 3450{,}795$

Dengan cara yang sama dapat dilakukan untuk iterasi seterusnya. Proses iterasi dihentikan pada iterasi keempat, karena nilai *coverage*(h) atau fungsi objektif pada iterasi empat sama dengan nilai coverage pada iterasi tiga,sehingga fungsi objektif tersebut sudah mencapai nilai yang konvergen. Dari proses iterasi tersebut dapat dilihat bahwa nilai $\sum_{i=1}^{h_0} r_{(i)}^2$ yang terkecil terdapat pada iterasi kedua, yaitu: $\sum_{i=1}^{h_0} r_{(i)}^2 = 111{,}0147$. Dengan demikian, dengan menggunakan metode LTS di dapatkan model yang fit sebagai berikut:

$$\hat{y} = 4{,}712 + 0{,}996X$$

Langkah selanjutnya adalah mencari residu robust dari persamaan rergresi yang sudah di dapatkan, untuk mengetahui apakah pada model tersebut terdapat *outlier* atau tidak. Titik *outlier* dikatakan 0 jika $|r| \leq 2$ dan 1 untuk lainnya. Nilai residualnya dapat dilihat pada tabel 3 berikut ini:

Tabel 3 Nilai Residual dari Regresi Robust

	X	Y	$\hat{Y}$	$r = Y - \hat{Y}$	|r|
			6,704	-1,204	1,204
			7,202	-1,202	1,202
			7,1024	-0,2024	0,2024
	5	5	8,1482	-0,1982	0,1982
			8,696	-0,196	0,196
			9,4928	-0,1928	0,1928
			8,198	0,302	0,302
			7,202	-0,798	0,798
			7,202	-0,202	0,202
			7,202	2,298	2,298

Dari tabel 3 dapat dilihat bahwa nilai $|r| \leq 2$ hanya ada pada data ke sepuluh, berarti data kesepuluh merupakan outlier. Tetapi karena regesi robust merupakan regresi yang robust terhadap outlier, sehingga model yang telah didapatkan dengan menggunakan LTS tersebut merupakan model yang robust terhadap outlier. Karena itu model tersebut dapat digunakan sebagai bahan pertimbangan para investor dalam mengambil keputusan penanaman saham atau modal.

5. KESIMPULAN

Dari contoh kasus dapat terlihat bahwa pendeteksian outlier dengan menggunakan *Least Trimmed Squares*

(LTS), bukan hanya dapat megetahui adanya outlier pada data, tetapi dapat juga menghasilkan model yang robust terhadap pencilan.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Draffer, NR dan Smith, H. 1992. *Analisis Regresi Terapan Edisi ke 2.* Sumantri B, penejemah. Jakarta: Gramedia Pustaka Utama: Terjemahan dari: *Applied Regeression Analysis*.

[2] Jogiyanto,H. 2010. *Teori Portofolio dan Analisis Investasi. Edisi Ketujuh*. Yogyakarta : BPFE – Yogyakarta

[3] Husnan,S. 2005. Dasar-dasar Teori Portofolio dan Analisis Sekuritas. Yogyakarta: Unit Penerbit dan Percetakan AMP YKPN.

[4] Mardhilah,I. 2011. *Mengatasi Outlier Dengan Metode Least Ttrimmed Squares (LTS) Pada Regresi Robust.*Medan : Departemen Matematika, Fakultas Matematka dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Utara. Tersedia pada: *http://repository.usu.ac.id/bitstream/123456789/28901/3/Chapter%20II.pdf* [23-11-2012].

[5] Myers, R. H. 1990. *Classical and Modern Regression with Aplication*. Boston: PWS-KENT.

[6] Rousseeuw, PJ dan Leroy, AM. R. 1987. *Robust Regression and Outlier Detection*. New York : John Wiley and Sons.

[7] Rousseeuw, PJ dan Van Driessen. 1999. *A Fast Algorithm For Minimum Covariance Determinant Estimator*. Tersedia pada : *http://citeseerx.ist.psu.edu*[25-11-2012].

[8] Tandelin, E. 2001. *Analisis Investasi dan Manajemen Portofolio Edisi Pertama*. Yogyakarta : BPFE